

Janka SABOVÁ \*, Vincent JAKUB \*\*

## SPRACOVANIE 2D GEODETICKÝCH SIETÍ ZAMERANÝCH TERESTRICKOU A SATELITNOU TECHNIKOU

### PROCESSING OF 2D GEODETIC NETWORKS SURVEYED BY TERRESTRIAL AND SATELITE TECHNOLOGY

#### Abstrakt

V tomto pojednaní je prezentovaná jedna z možných metod pre spracovanie 2D hybridnej geodetickej siete. Táto problematika môže byť aktuálna, keď lokálne bodové polia boli zamerané družicovou a terestrickou technológiou. Diskutovaný je princíp takých spracovaní a jeho stratégie. Z rôznych riešení je ukázané transformačné spracovanie, v ktorom kľúčovou zložkou pre spojitelnosť výsledkov z heterogénnych meraní je analýza tejto spojitelnosti na základe vhodnej súradnicovej kompatibility príslušnej podmnožiny bodov z celého bodového poľa.

#### Abstract

By the paper one of possible methods for processing 2D hybrid geodetic networks is presented. Such a task can be topical if new points of local network to be determined are measured both by a satellite (GPS) and terrestrial technology, each technology in another area of network. The principle of such processing and its strategies are discussed. Among various solutions a transformation method is demonstrated by which verification of co-ordinate compatibility is performed in some points which have been determined by GPS and where total stations have been used.

**Key words:** hybrid geodetic network, satellite and terrestrial observations, co-ordinate compatibility, realization of date frame, similarity transformation.

#### Úvod

V súčasnosti, keď na zameranie polohových sietí máme k dispozícii dve rozdielne meracie technológie, terestrickú (TER) a satelitnú (SAT), predovšetkým GPS (Globálny systém na určenie polohy), čoraz častejšie sa používajú tieto technológie spolu pri zameraní lokálnych bodových polí. Jednak to môže byť vloženie nových bodov do existujúceho bodového poľa nadradenej siete (jej zhustovanie, rozširovanie), jednak aj samostatné, účelové siete (pre výstavbu rôznych inžiniersko - technických objektov) a dobré uplatnenie nájdú aj ďalšie možné účelové kombinácie SAT a TER zameraní bodov.

Oboma technológiami sa môžu v súčasnosti už získať kvalitné výsledky v tých častiach polohových sietí, kde sa použili. Pri spájaní rôznorodých výsledkov do celkovej observačnej štruktúry siete a pri jej spracovaní je však potrebné aplikovať osobitné postupy, ktoré zabezpečia optimálne spojenia všetkých SAT a TER častí siete z hľadiska možných rušivých vplyvov.

---

\* Doc., Dr., Ing., Technická univerzita v Košiciach, Fakulta BERG, Ústav geodézie a GIS, Slovenská republika

\*\* Doc., Ing., Ph.D., Geometra, Košice, Slovenská republika

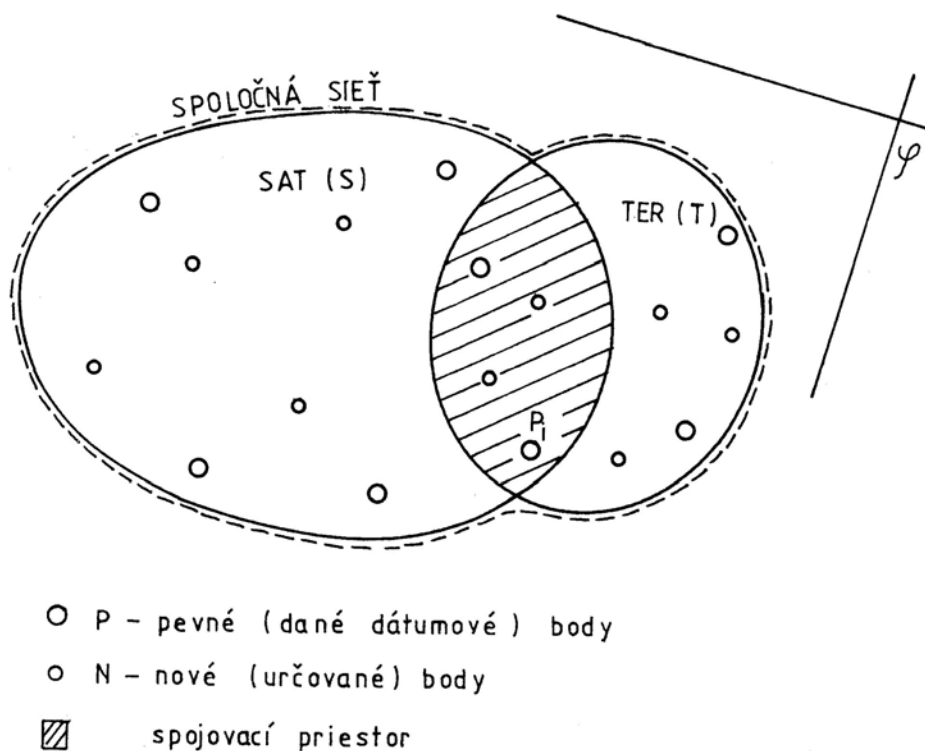
Predložené pojednanie prezentuje jeden z možných spôsobov združenia zameraných SAT a TER častí do spoločnej celkovej štruktúry siete, ktorý praktizujeme s dobrými výsledkami.

### Štruktúra a zameranie siete

Pri tvorbe nových bodov v jestvujúcej alebo samostatnej sieťovej štruktúre sa musí zabezpečiť, aby vo všetkých SAT a TER častiach bodového poľa bol dostatočný počet bodov (dátumových, pripájacích) z nadradenej siete (v SR: Štátna trigonometrická sieť – ŠTS so súradnicovým vyjadrením v systéme S-JTSK). Keďže pre spojenia SAT a TER častí budú na ich stykoch potrebné určité prekrytové (spojovacie) priestory, je treba pamätať na prítomnosť dátumových bodov aj v nich (obr. 1).

Na zameranie SAT častí GPS technológiou sa použije relatívne určenie polohy bodov statickou metódou a s „post processing“ vyhodnotením signálov na základe vhodného plánu observácií [5,6]. Body nadradenej siete v časti SAT sa použijú ako identické body pre transformáciu WGS 84 súradníc do použitého 2D systému, t.j. S-JTSK. Aspoň jeden bod z nich musí mať známe aj súradnice WGS 84, ktorý sa použije pri samostatnom spracovaní 3D GPS siete v systéme WGS 84.

Na zameranie TER častí siete sa použijú totálne stanice vyššej presnostnej triedy, ktorými sa zameria potrebné množstvo dĺžok a vodorovných uhlov a ktoré observácie je žiadúce vykonať podľa observačného plánu vytvoreného na základe optimalizácie 2. rádu. Observácie sa vykonajú s potrebnou redundanciou a použijú sa účinné procedúry na overenie observovaných veličín z hľadiska možnej prítomnosti vybočujúcich hodnôt (hrubých chýb, omylov) [7,8].



Obr. 1: Štruktúra hybridnej 2D siete

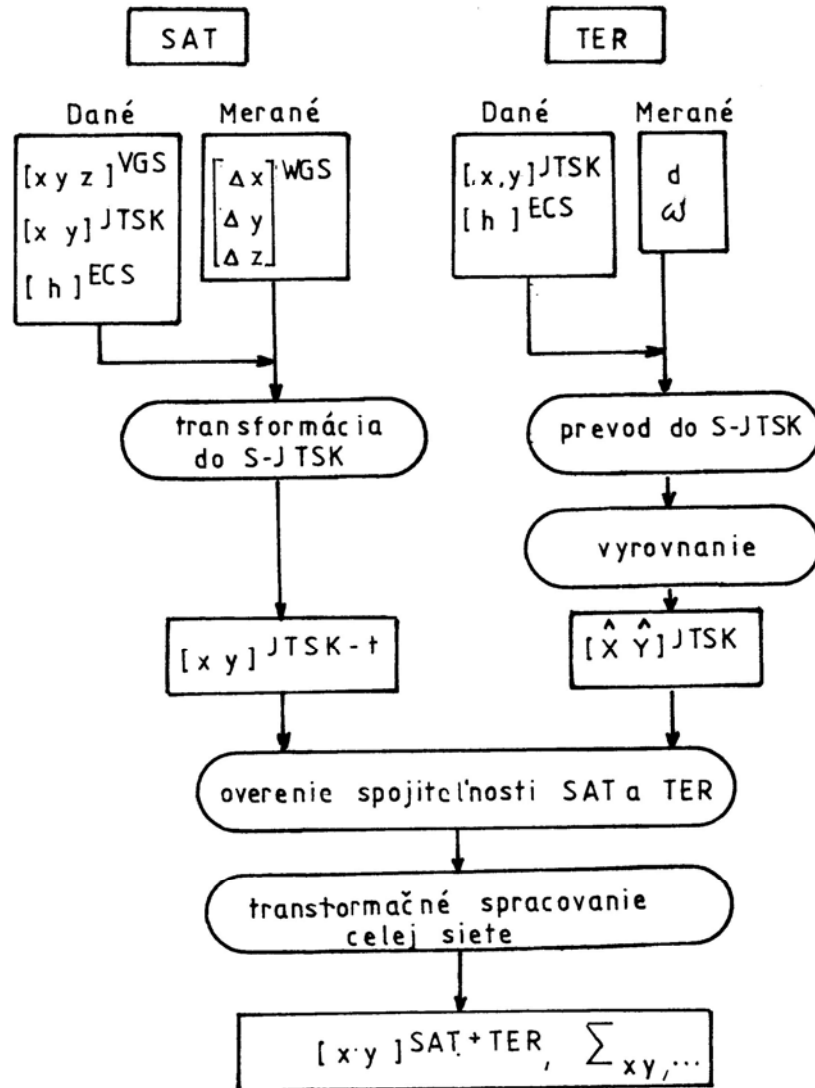
### Spracovanie heterogénnych sietí

Algoritmus spracovania heterogénnej siete znázorňuje v danom prípade schéma na obr. 2. Podľa nej na získanie parametrov I. a II. rádu a ďalšie ukazovatele kvality a spoľahlivosti siete je potrebné realizovať nasledujúce kroky, ktoré sú odôvodnené teoretickými úvahami i praktickými skúsenosťami:

- samostatné spracovanie SAT častí siete,

- samostatné spracovanie TER častí siete,
- overenie geometrickej spojitelnosti všetkých častí siete do jedného celku,
- spracovanie celej siete.

I keď spracovanie výsledkov z oboch druhov meraní je možné vykonať v rôznych výpočtových priestoroch [3,6,10,13], z nich pre štandardné siete vyhovuje ten najjednoduchší priestor a to spracovanie SAT aj TER častí ako aj celej siete v mapovej rovine štátneho kartografického zobrazenia, t.j. v rovine Křovákovo zobrazenia so súradnicovým systémom S-JTSK.



Obr. 2: Schéma spracovania hybridnej polohovej siete

### Spracovanie TER a SAT častí siete

Spracovanie TER častí siete sa vykoná prevodom observovaných veličín na topografickom povrchu do výpočtovej roviny S-JTSK podľa známych postupov a MNŠ vyrovnáním sieťovej štruktúry, ktoré je vhodné vykonať podľa Gaussovho-Markovovho singulárneho modelu, t.j. MNŠ – vyrovnáním TER siete ako voľnej siete, pri ktorom sa deformujúci vplyv pripojenia TER sieťovej štruktúry na dátumové body neprejaví. Z vyrovnania sa získajú odhady súradníc  $[\hat{x} \hat{y}]$ , ich kovariančná matica  $\Sigma_{\hat{x}\hat{y}}$  a ďalšie charakteristiky TER časti siete.

Spracovanie SAT častí sa vykoná v dvoch etapách:

- MNŠ vyrovnanie tiež s použitím GMM-S (vyrovnanie voľnej 3D siete vektorových zložiek  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  v systéme WGS 84) a určenie súradníc  $[\bar{x} \ \bar{y} \ \bar{z}]^W$ , ich kovariančnej matice  $\Sigma_{\bar{x}\bar{y}\bar{z}W}$  ako aj iných charakteristík SAT častí siete,
- 3D Helmertova transformácia súradníc  $[\bar{x} \ \bar{y} \ \bar{z}]^W$  na súradnice  $[x \ y]^{\text{JTSK}-t}$  v systéme S-JTSK [5,6,11], pre ktoré je tiež potrebné určiť ich kovariančnú maticu  $\Sigma_{xyt}$  prípadne aj iné ukazovatele vlastností transformovaných súradníc  $[x \ y]^{\text{JTSK}-t}$  bodov siete v SAT časti.

V prípade použitia S-JTSK kovariančná matica  $\Sigma_{xyt}$  transformovaných súradníc sa určí podľa [12]

$$\Sigma_{xyt} = F_{KR} F_{PK} F_{SK} F_{SZ} F_{EG} \left( A_{TP} \Sigma_{TP} A_{TP}^T + \Sigma_{\bar{x}\bar{y}\bar{z}W} \right) F_{EG}^T F_{SZ}^T F_{SK}^T F_{PK}^T F_{KR}^T, \quad (1)$$

kde matice  $A_{TP} \Sigma_{TP}$  sú známe z určenia transformačných parametrov 3D transformácie,  $\Sigma_{\bar{x}\bar{y}\bar{z}W}$  je známa z 3D vyrovnania GPS siete a príslušné jakobiány čiastkových transformácií súradníc (elipsoidocentrických geodetických -  $F_{EG}$ , sférických zemepisných -  $F_{SZ}$ , sférických kartografických -  $F_{SK}$ , polárnych kartografických -  $F_{PK}$  a karteziánskych rovinných -  $F_{KR}$ ) sú tiež známe jednak z transformácie súradníc  $[\bar{x} \ \bar{y} \ \bar{z}]^W$  na súradnice  $[x \ y]^{\text{JTSK}-t}$  jednak z kartografickej Křovákovej projekcie.

Osobitné spracovanie SAT a TER častí, t.j. príslušných meraní je potrebné najmä z toho dôvodu, aby sa prípadné preukázané rušivé vplyvy v jednej i druhej technológii na výsledky analyzovali osobitne a to z hľadiska odlišného vybavenia meracích postupov každej technológie, odlišného spracovania i z ďalších relevantných hľadísk. Ak rušivé znehodnocujúce vplyvy budú absentovať, resp. až sa vo výsledkoch spracovania v SAT aj TER častiach vhodnými postupmi zistia a odstránia, bude možné prikrčiť k spoločnému spracovaniu celej siete.

## Overenie geometrickej spojitelnosti SAT a TER častí siete

Na tento proces, ktorý vyúsťuje alebo do zistenia stochastickej identity SAT a TER technológiou zameraných súradníc bodov v spojovacej oblasti alebo do zistenia štatisticky významnej rozdielnosti súradníc bodov v spojovacej oblasti, najvýraznejšie vplyvajú:

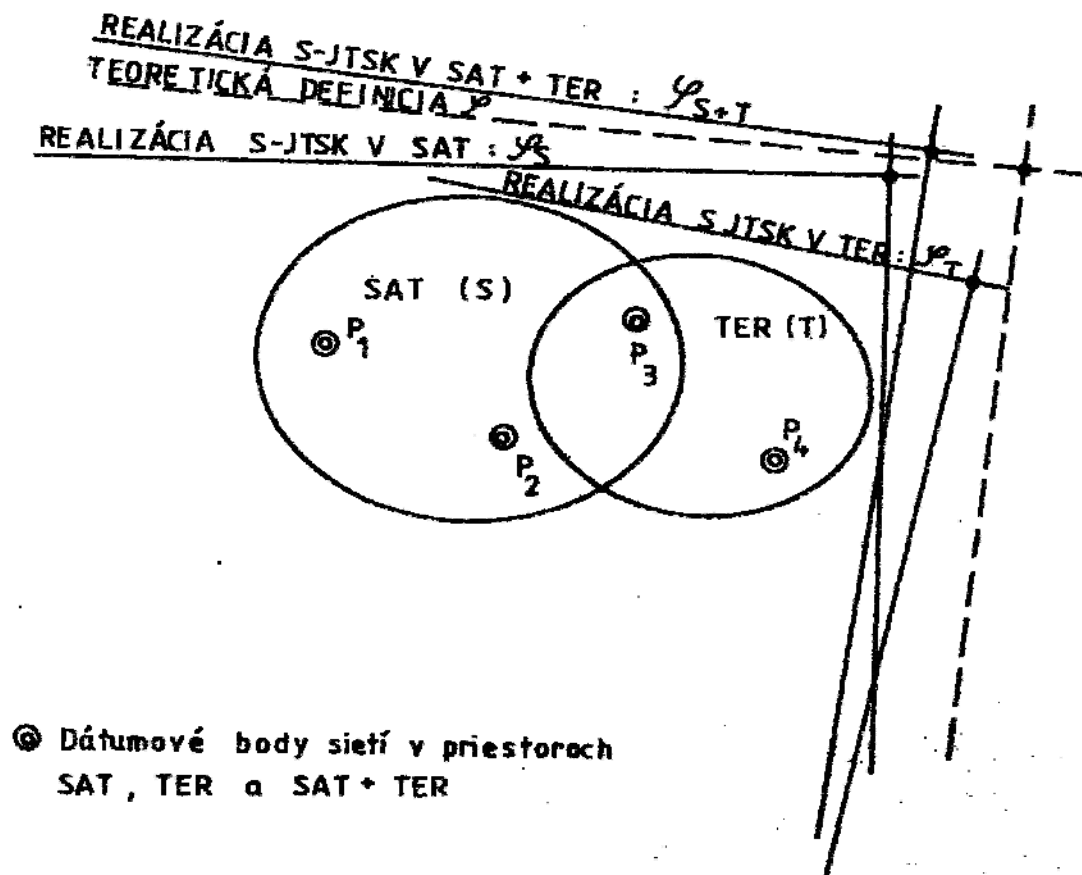
- heterogénne meracie technológie s rôznymi vplyvmi na určené súradnice,
- rôzne dátumové pripojenia SAT a TER častí do S-JTSK (obr. 3), v dôsledku čoho bodové množiny v SAT a TER častiach môžu ležať až v neprijateľne rozdielnych realizáciách súradnicového rámca systému S-JTSK.

Vplyv rôznych najmä terestrických meracích technológií je všeobecne známy na výsledky spracovania – určenia súradníc a v danom prípade SAT a TER výsledky môžu byť ešte výraznejšie nepriaznivo ovplyvnené (rôzne fyzikálne podstaty merania geometrických veličín, rozdielne druhy rušivých vplyvov na merania, iné princípy a postupy spracovania meraní, atď.).

Dátumový vplyv na rôznosť (stochastickú neidentitu) súradníc fyzicky tých istých bodov v spojovacej oblasti (obr. 3) je generovaný tým, že napr. dátumové body  $P_1, P_2, P_3$  svojimi súradnicami determinujú  $\varphi_s$  realizáciu súradnicového systému, ktorý sa v malých (zanedbateľných ale aj nezanedbateľných) medziach (podľa presnosti určenia  $P_1, P_2, P_3$ ) bude líšiť od teoretickej definície  $\varphi$  použitého systému. Obdobne dátumové body  $P_3, P_4$  pre TER determinujú realizáciu  $\varphi_t$ , ktorá bude odlišná nielen od  $\varphi$  ale aj od  $\varphi_s$ . Preto je potrebné preskúmať identitu súradníc bodov v prekrytovej oblasti<sup>1</sup>. Keď bude ich súradnicová identita prijateľná, bude to svedčiť o spôsobilosti SAT a TER častí siete na vzájomné spojenie, keď neidentita súradníc bude významná, bude to signalizovať možné rozdiely v polohových začiatkoch realizácií  $\varphi_s$  a  $\varphi_t$ , možné stočenie oboch realizácií navzájom ako aj rôzne mierkové pomery v týchto realizáciách. V takom prípade bude potrebné najmä preanalýzovať merania a výpočty u bodov  $N$  ako aj overiť kompatibilitu dátumových bodov (u bodov  $P$ ) v širšej oblasti spojovacieho priestoru.

<sup>1</sup> V inom poňatí, body v spojovacej oblasti určené SAT tvoria jednu geometrickú štruktúru, body určené TER inú, čiastočne odlišnú štruktúru a je potrebné posúdiť kongruentnosť oboch štruktúr [5].

Overenie vzájomných súradnicových vzťahov medzi bodmi sa najúčelnejšie vykoná vhodnými štatistickými testovacími postupmi [1,2,4,8], z ktorých naznačíme symbolický postup použitia testu významnosti pre diferencie súradníc bodov zo SAT a TER určenia (v spojovacej oblasti).



Obr. 3: Realizácie S-JTSK referenčného rámca jednotlivými skupinami bodov

### Testovanie súradnicovej identity bodov v spojovacej oblasti

Majme v spojovacej oblasti zameraných a súradnicovo určených k bodov technológiou SAT a TER, ako aj z nich vytvorené diferencie

$$dx_i = x_{iS} - x_{iT}, \quad dy_i = y_{iS} - y_{iT}, \quad i = 1, 2, \dots, k,$$

ktorých hodnoty je potrebné objektívne posúdiť, či svojou veľkosťou predstavujú náhodné, stochastické hodnoty alebo či na niektorých bodoch príslušné  $dx_i, dy_i$  predstavujú štatisticky významné hodnoty, neprijateľné pre spoločné spracovanie SAT a TER častí siete.

V zmysle postupu štatistického testovania formulujeme nulové hypotézy

$$H_0 : C_S - C_T = 0, \quad C_S = [x_1 y_1 \dots x_k y_k]_S^T, \quad C_T = [\bar{x}_1 \bar{y}_1 \dots \bar{x}_k \bar{y}_k]_T^T \quad (2)$$

ktoré postulujú, že testované  $dx, dy$  sú štatisticky identické a alternatívne hypotézy

$$H_a : C_S - C_T \neq 0. \quad (3)$$

Testovanie sa vykoná „dvojstupňovo“. Najprv v podobe globálneho testu pre celú množinu k bodov v spojovacej oblasti a potom (ak globálny test nepotvrdí stochastický charakter všetkých  $dx_i, dy_i$ ) v podobe identifikačného testu, ktorý bude zisťovať, na ktorých bodoch z množiny k sa  $H_{0x}, H_{0y}$  musí zamietnuť, t.j. na ktorých bodoch z množiny k príslušné  $dx, dy$  môžeme považovať za štatisticky významné.

Použije sa štatistika [8,9]

$$T = \frac{dC^T Q_{dC}^{-1} dC}{f \cdot \bar{s}_o^2} \sim F(f; f'), \quad (4)$$

kde je:

$$dC = [dx_1 dy_1 \dots dx_k dy_k]^T - \text{vektor súradnicových diferencií na } k \text{ bodoch,}$$

$$Q_{dC} = \frac{1}{s_{oS}^2} \Sigma_{xyi} + \frac{1}{s_{oT}^2} \Sigma_{xy} - \text{kofaktorová matica súradnicových diferencií,} \quad (5)$$

$s_{oS}^2$  - aposteriorna jednotková variancia zo spracovania SAT meraní,

$s_{oT}^2$  - aposteriorna jednotková variancia zo spracovania TER meraní,

$$\bar{s}_o^2 = (s_{oS}^2 + s_{oT}^2) / 2,$$

$f$  = hodnosť ( $Q_{dC}$ ),

$f' = (n_S + n_T) - (u_S + u_T)$ , kde  $n_S, n_T$  je počet meraných prvkov v SAT a TER časti,  $u_S, u_T$  je počet určovaných súradníc v SAT a TER časti siete.

Na základe voľby hladiny významnosti testu  $\alpha$  (napr.  $\alpha = 0,05$ ) určia sa  $(1 - \alpha)$  kvantily F-rozdelenia (kritické hodnoty) pre  $f, f'$ :

$$F_\alpha = F(\alpha; f, f'). \quad (6)$$

Ak porovnanie  $T$  a  $F_\alpha$  (globálny test) dáva

$$T < F_\alpha,$$

$H_0$  nezamietame a pripúšťame, že s rizikom  $1 - \alpha$  môžeme považovať určenie všetkých bodov v spojovacej oblasti technológiami SAT aj TER za prakticky identické a teda ich spoločné spracovanie do jednej siete za možné.

Ak bude

$$T \geq F_\alpha,$$

$H_0$  zamietame a s použitím identifikačných testov vyšetříme, ktorý(é) bod(y) zo spojovacej oblasti na základe signifikantných rozdielov v jeho (ich) súradniciach zo SAT a TER určenia zaviniel zamietnutie  $H_0$ . Na základe ich lokalizácie vieme prešetriť príčiny nekompatibility v určení bodu (ov) a vykonať potrebné nápravy alebo nepoužiť v spoločnom spracovaní siete.

## Spracovanie celej (hybridnej) siete

Po overení vzájomnej kompatibility SAT a TER častí siete pomocou bodov v spojovacom priestore a štatistickom potvrdení, že časti SAT a TER sú spojitelné bez rôznych systematických vplyvov, pristúpi sa k spoločnému spracovaniu SAT a TER častí do jedného sieťového celku. Takéto spoločné spracovanie aj vzhľadom na osobitné spracovania SAT a TER ako aj na rôzne dátumové pripájania, je výhodné riešiť 2D Helmertovou transformáciou [1,2,4].

V rámci takého riešenia transformačné parametre sa určia s použitím  $n$  dátumových bodov  $P_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $m > 2$ , v spojovacej oblasti, pre ktoré platia transformačné rovnice

$$\begin{aligned} x_i + v_{xi} &= \bar{x}_0 + \bar{a}x'_i - \bar{b}y'_i \\ y_i + v_{yi} &= \bar{y}_0 + \bar{a}y'_i + \bar{b}x'_i \end{aligned} \quad (7)$$

resp.

$$V = A\bar{\Theta} - C, \quad (8)$$

kde  $A$  je známa matica súradníc  $C'_i = [x'_i y'_i \dots x'_m y'_m]$ , ktoré sú priemernými hodnotami z kompatibilných súradníc získaných zo SAT a TER určenia bodov  $P_i$ ,

$$\hat{\Theta} = [\hat{x}_0, \hat{y}_0, \hat{a}, \hat{b}]^T = (A^T A)^{-1} A^T C \quad (9)$$

sú MNS – odhady transformačných parametrov a

$$C = [x_1, y_1, \dots, x_m, y_m]^T$$

sú známe súradnice dátumových bodov z nadradenej siete v spojovacej oblasti.

Kvalitu určenia  $\hat{\Theta}$  (vyhovujúcu stochastickú identitu súradníc  $C'_i$  a  $C_i$ ) charakterizuje ich kovariančná matica

$$\Sigma_{\Theta} = s_0^2 (A^T A)^{-1}, \quad s_0^2 = (v^T v) / (2m - 4). \quad (10)$$

Po určení  $\hat{\Theta}$  dostávame transformačné súradnice  $C_{N_i}$  n určovaných bodov  $N$  v celej sieti podľa

$$C_{N_i} = A_N \hat{\Theta} = [x_{t_1}, y_{t_1}, \dots, x_{t_n}, y_{t_n}]^T, \quad (11)$$

kde  $A_N$  je matica súradníc bodov  $N$  zistených zo spracovania SAT a TER meraní a ktorá má analogickú štruktúru ako  $A$ .

Presnosť takto získaných súradníc (11) charakterizuje príslušná kovariančná matica

$$\Sigma_{C_i} = A_N \Sigma_{\Theta} A_N^T. \quad (12)$$

Vzťahy (11), (12) sú teda výsledným produktom celej úlohy, ktorá rieši spoľahlivé polohy bodov  $N$  v bodovom poli nadradenej siete s bodmi  $P$ , keď časť nových bodov bola zameraná GPS technológiou a časť terestricky.

## Záver

V predloženom pojednaní je podaný jeden z možných spôsobov riešenia úlohy, ako spracovať 2D lokálne hybridné siete, ktoré sa vytvorili zameraním jej bodového poľa jednak družicovou, jednak terestrickou technológiou. Je poukázané na princíp a stratégiu takého spracovania (vyrovnávacieho alebo transformačného), v ktorom kľúčovou zložkou pre spojitelnosť výsledkov z heterogénnych meraní je analýza tejto spojitelnosti na základe vhodnej súradnicovej kompatibility príslušnej podmnožiny bodov z celého bodového poľa. Praktické výsledky potvrdili vhodnosť takého riešenia po každej stránke.

Článok je vyústením riešenia grantovej úlohy VEGA č.1/9212/02 „Geodetický monitoring zosuvných javov generovaných hydrogeologickými pomermi v Toryskej pahorkatine pre urbanistické využitie“.

## Literatúra

- [1] Benning, W.: Test von Ausreissern bei der Helmerttransformation. *Zeitschrift f. Verm.* 110, 1985, 10, s. 461-471.
- [2] Boljen, J.: Identitätsanalyse Helmert – transformation. *Zeitschrift f. Verm.* 111, 1986, 11, s. 490-500.
- [3] Gerhátová, Ľ.: Integrované spracovanie družicových a terestrických geodetických meraní. *Dizertačná práca SF STU Bratislava*, 2002, 87 s.
- [4] Heck, B.: Ein-und zweidimensionale Ausreissertests bei der ebenen Helmert Transformation. *Zeitschrift f. Verm.* 110, 1985, 10, s. 461-471.
- [5] Hefty, J. et al.: Družicová geodézia. *STU Bratislava*, 2003, 186 s.
- [6] Hofmann Wellenhof, B. et al.: GPS Theory and Practise. *Springer Wien*, 2001, 382 s.
- [7] Jakub, V.: Posudzovanie stability geodetických bodov. *Dizertačná práca F BERG, TU Košice*, 2001, 129 s.
- [8] Koch, K. R.: Test von Ausreissern in Beobachtungspaaren. *Zeitschrift f. Verm.* 110, 1985, 1, s. 34-45.

- [9] Pelzer, H.: Statistische Testverfahren. In: Pelzer, H.(Hrsg.): Geodätische Netze in Landes-und Ingenieurvermessung I., *Wittwer, Stuttgart, 1980, 180 s.*
- [10] Strauss R.: Dreidimensionales Konzept zur GPS Integration. In: *34. DVW Seminar – GPS Leitungsbilanz 94. Wittwer, Stuttgart, 1994, s. 6.*
- [11] Sütti, J. et al.: 3D transformácie karteziánskych súradníc. *Práce Katedry geodézie a geofyziky TU Košice, 2, 1997, 30 s.*
- [12] Sütti, J.: Accuracy of Local Networks transformed from WGS 84 in State Plane Control. In: *Ingeo' 98, STU Bratislava, 1998, s. 8.*
- [13] Thorandt, V.: Modelle zur Kombination von satellitengeodätisch und terrestrisch bestimmten Koordinaten geodätischer Testpunkt-felder. *Vermessungstechnik 36, 1988, 4, s. 127-128.*

## Summary

At present time, due to development of new methods of measurement of Earth surface divers methods can be used for the same tasks. Each method is based on different principles, by each method different equipment with different properties is required. Frequently, there are situations in which various methods for the same purpose can be used. However, such different methods are complementary and together they give results in a more rapid way.

Such a situation could be met when local geodetic local networks should be established and measured as well. It is then advantageous to carry measurement of some network parts by terrestrial methods and other parts by a satellite technology, e.g. by GPS.

Every common survey procedure by which more measuring technologies are applied, should be performed according to a convenient project in which all principles both of terrestrial (hereafter TER) and GPS (hereafter SAT) survey methods are incorporated, such as application of convenient total stations having suitable accuracy, application of convenient GPS technology (relative measuring, static measuring procedure, post - treatment etc.) together with adequate observation plans, choice and verification of date and identical points that should be applied for connecting network parts and transformations.

Processing the TER net parts can be performed by application of standard approach (e.g. Gauss – Markov singular models). Processing of SAT networks parts consists of 3D adjustment to WGS system and of similarity transformation of WGS co-ordinates into control coordinate system (S-JTSK).

Geometric interconnecting of both (or more) network parts is done using of co-ordinate differences of points within area of coverage which is determined by both SAT and TER technologies. A suitable statistical testing procedure is then used for verification of common point co-ordinates. For interconnecting of network parts only the points without any significant coordinate differences are used. When using the co-ordinates from TER and SAT domains as well as the suitable co-ordinates from interconnecting network areas it is necessary to perform an overall coordinate adjustment to obtain the final network point coordinates.

Recenzenti: Prof. Ing. Josef Novák, CSc., VŠB-TU Ostrava,  
Prof. Ing. Zdeněk Nevošád, DrSc., Ústav geodézie, Stavební fakulta, VUT Brno.